

# **Annexes complémentaires : une lecture probabiliste du cycle d'affaires américain**

**Benoît BELLONE**

**Décembre 2004**  
**(Première version Avril 2004)**

*Les positions prises dans cet article n'engagent que son auteur<sup>A</sup>.*

---

<sup>A</sup> Benoit Bellone, e-mail: [benoit.bellone@ensae.org](mailto:benoit.bellone@ensae.org). A l'époque de la première rédaction de cet article, Benoit Bellone appartenait à la Direction Générale du Trésor et de la Politique Economique.

## Annexe A: Datations du NBER

**Tableau 1:**  
**Datations du NBER des récessions américaines et statistiques associées**

<u>BUSINESS CYCLE</u>		<u>DUREE en MOIS</u>	
<u>Dates de référence</u>			
Pic	Creux	Contraction	Expansion
<i>Les références trimestrielles sont entre parenthèses</i>		<i>Pic</i>	<i>Creux précédent</i>
		à	à
		<i>Creux</i>	<i>ce pic</i>
Avril 1960(II)	Février 1961 (I)	10	24
Décembre 1969(IV)	Novembre 1970 (IV)	11	106
Novembre 1973(IV)	Mars 1975 (I)	16	36
January 1980(I)	Juillet 1980 (III)	6	58
Juillet 1981(III)	Novembre 1982 (IV)	16	12
Juillet 1990(III)	Mars 1991(I)	8	92
Mars 2001(I)	Novembre 2001 (IV)	8	120
<u>Moyenne :</u>			
1919-1945 (5 cycles)		10.0	52.0
1945-1991 (8 cycles)		10.3	49.3
1960-1991 (6 cycles)		11.2	54.7
1960-2003 (7 cycles)		10.7	64.0
1975-2003 (4 cycles)		9.5	70.5

Sources: NBER Juillet 2003

## Annexe B: Estimations univariées et tests de robustesse “ hors – échantillon ”

Les modèles à changements de régimes sont estimés par maximum de vraisemblance à l’aide de procédures d’optimisation classiques via la librairie MSVARlib 2.0<sup>1</sup>. De nombreuses plages d’estimations ont été couvertes. Les échantillons les plus restreints : 1979-1/1989-2, 1979-1/1999-12, 1979-1/2003-1, ont été construits pour tester la fiabilité des indicateurs sur une phase plus récente mais qui présente comme inconvénients majeurs de ne comprendre qu’un nombre réduit de mois concernés par un épisode récessif (entre 30 et 38) ce qui pourrait conduire à une détérioration de la précision des estimateurs. Sans surprise, les écart-types associés à ces plages sont plus larges. Au total, les paramètres estimés ne sont pas significativement différents les uns des autres ce qui garantit une relative stabilité des modèles. Enfin, une attention particulière a été portée aux périodes que l’on peut qualifier de “ voisinage ” des deux dernières récessions : 1988-1993 et 1999-2003 pour examiner la performance des modèles autour des points de retournement.

Les estimations présentées sont toutes effectuées sur la période 1967-2 / 1999-12 soit sur 480 observations. Deux types d’estimations ont été conduits selon les degrés de lissages ( $k=1$ ) et ( $k=3$ ). Sont présentées ici les estimations pour  $k=3$ , le degré de lissage privilégié pour les données univariées. Les écart-types sont présentés entre parenthèses et correspondent aux éléments diagonaux de l’inverse de la Hessienne estimée par maximum de vraisemblance. Les estimations sont significatives au test de Wald à 1%. On rappelle que les durée moyennes estimées d’être en régime de croissance (récession) sont  $1/(1 - p_{11})$  et  $1/(1 - p_{00})$ .

**Tableau 2: Les quatre “meilleures séries” d’Anas et Ferrara (2002)**

k=3 Paramètres	Help Wanted advertising Index	Taux de chômage	Industrial Production Index	Construction Spending
$p_{11}$	0.9844 (0.007)	0.9819 (0.0075)	0.984 (0.0071)	0.9803 (0.0081)
$p_{00}$	0.9092 (0.0377)	0.8918 (0.0416)	0.8835 (0.0496)	0.8885 (0.0421)
$\mu_1$	0.7003 (0.0255)	0.6752 (0.025)	0.7238 (0.0265)	0.7345 (0.0271)
$\mu_0$	-1.6749 (0.1007)	-1.7639 (0.1001)	-1.8246 (0.1303)	-1.5804 (0.1129)
$\sigma^2$	0.3027 (0.0395)	0.307 (0.038)	0.2596 (0.0405)	0.2898 (0.0425)
Statistiques				
QPS	0.0491	0.0553	0.0782	0.0693
APS	0.0643	0.0688	0.0937	0.0905
Durée moyenne :				1
d’expansion	64.1	55.2	62.5	50.8
de récession	11.0	9.2	8.6	9.0

<sup>1</sup> Disponible à <http://bellone.ensae.net>

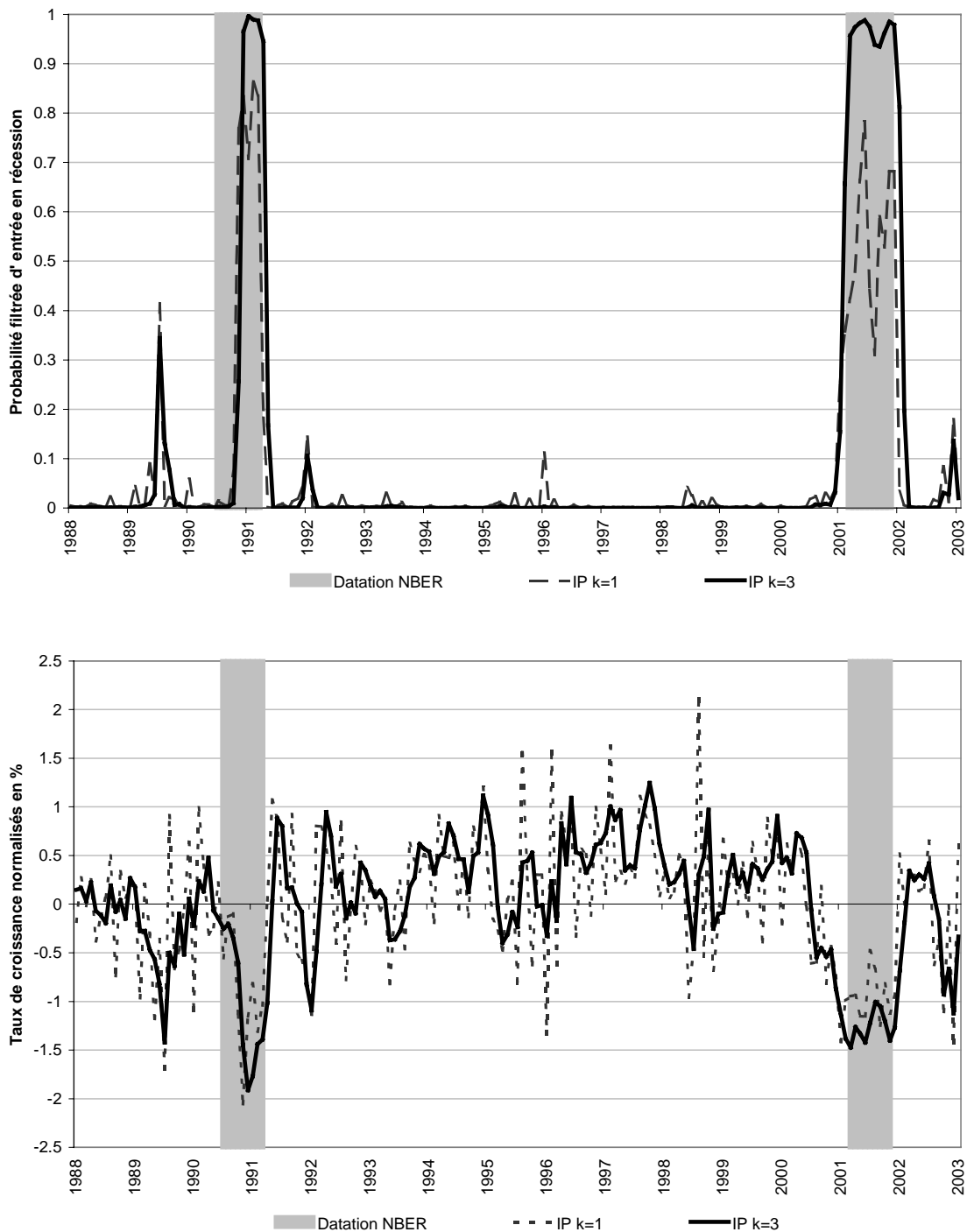
**Tableau 3: Les “meilleures” séries non-révisées**

k=3 Paramètres	Business conditions judged Good	Business conditions judged Bad	Confidence index Present situation	Jobs hard to get	Jobs Plentiful
$p_{11}$	0.975 (0.0095)	0.9796 (0.0084)	0.9813 (0.0076)	0.9791 (0.0085)	0.9816 (0.0075)
$p_{00}$	0.8441 (0.0528)	0.8297 (0.061)	0.8931 (0.042)	0.8763 (0.0486)	0.9064 (0.0359)
$\mu_1$	0.7396 (0.0277)	0.7551 (0.0281)	0.6870 (0.025)	0.7136 (0.0266)	0.6617 (0.0241)
$\mu_0$	-1.6527 (0.1279)	-1.8684 (0.1578)	-1.6982 (0.1141)	-1.6688 (0.1388)	-1.6460 (0.0947)
$\sigma^2$	0.2725 (0.043)	0.2287 (0.0433)	0.3094 (0.0394)	0.2926 (0.0424)	0.3400 (0.038)
Statistiques					
QPS	0.0672	0.071	0.0781	0.0838	0.0896
APS	0.0879	0.091	0.0908	0.1046	0.1015
Durée moyenne :					
d'expansion	40.0	49.0	53.5	47.8	54.3
de récession	6.4	5.9	9.4	8.1	10.7

**Tableau 4: Business Coincident Index du Conference Board et ses séries**

k=3 Paramètres	USA Coincident Index	Sales manufacturing and trade	Personal income	Employed Non agricultural
$p_{11}$	0.9837 (0.0073)	0.9707 (0.0107)	0.974 (0.0095)	0.9851 (0.0067)
$p_{00}$	0.9048 (0.0396)	0.8504 (0.0487)	0.8278 (0.0596)	0.9191 (0.0341)
$\mu_1$	0.6804 (0.0251)	0.7523 (0.0292)	0.7542 (0.0286)	0.6314 (0.0229)
$\mu_0$	-1.7259 (0.1007)	-1.4655 (0.1371)	-1.6668 (0.1596)	-1.7506 (0.0995)
$\sigma^2$	0.3097 (0.0383)	0.2945 (0.0494)	0.2572 (0.0446)	0.3420 (0.0368)
Statistiques				
QPS	0.0559	0.0747	0.0896	0.116
APS	0.0701	0.1081	0.1144	0.1246
Durée moyenne :				
d'expansion	61.3	34.1	38.5	67.1
de récession	10.5	6.7	5.8	12.4

**Figure 1 et 2 : Indice de la production industrielle**  
**Probabilités filtrées (Filtrage dynamique 2000-1 / 2003-2)**  
**et variations mensuelles selon le degré de lissage ( $k=1/ k=3$ )**



Afin de décrire le fonctionnement de l'algorithme de Hamilton, les figures 1 et 2 représentent respectivement les probabilités filtrées associées à l'indice de la production industrielle selon deux lissages ( $k=1$ ) et ( $k=3$ ) et les variations associées à cette série. On met en évidence la nette dégradation des estimations pour des fréquences élevées ( $k=1$ ) alors qu'un lissage plus fort amortit ces perturbations. Cette amélioration du signal se fait évidemment au prix d'un arbitrage en terme de délais de détection (entre un et trois mois) qui peut augmenter en temps réel compte tenu des révisions des premières publications de l'IPI.

**Tableau 5: Quelques estimations de "Pooled Data Models"  
Paramètres estimés sur 1967-2 / 1999-12 (k=1)**

k=1 Paramètres	P_Rec4	P_RecAnas	P_Rec3	P_Job2	P_Coinc	P_Full
P <sub>11</sub>	0.9815 (0.0077)	0.9835 (0.0074)	0.9842 (0.0071)	0.9835 (0.0074)	0.9778 (0.0104)	0.9782 (0.0083)
P <sub>00</sub>	0.8826 (0.045)	0.9067 (0.04)	0.8919 (0.045)	0.8913 (0.0454)	0.8736 (0.0559)	0.8657 (0.0482)
μ <sub>1</sub>	0.5391 (0.0199)	0.5592 (0.0206)	0.5982 (0.0218)	0.6521 (0.0239)	0.6049 (0.0249)	0.5237 (0.0195)
μ <sub>0</sub>	-1.162 (0.085)	-1.0481 (0.0888)	-1.2359 (0.0987)	-1.1815 (0.108)	-1.0728 (0.1035)	-1.1227 (0.0881)
σ <sup>2</sup>	0.1893 (0.0306)	0.1941 (0.0321)	0.1874 (0.0334)	0.186 (0.0367)	0.1946 (0.0359)	0.1877 (0.0296)
Statistiques						
QPS	0.0387	0.0280	0.0437	0.0412	0.0517	0.0485
APS	0.0584	0.0519	0.0626	0.0679	0.0857	0.071
Durée moyenne :						
d'expansion	54.1	60.6	63.3	60.6	45.0	45.9
de récession	8.5	10.7	9.3	9.2	7.9	7.4

## Annexe C :

### Estimation de deux modèles concurrents multivariés à partir des séries : taux de chômage, de l'indice d'annonces d'offres d'emploi, de la production industrielle et Jobs hard to get

#### (1) Modèle MRec4 de référence:

$$Y_t^* = \mu_{S_t} + \eta_t = \begin{bmatrix} \mu_{S_t}^1 \\ \vdots \\ \mu_{S_t}^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t^1 \\ \vdots \\ \eta_t^p \end{bmatrix} \text{ avec } \eta_t \sim N(0, \Sigma_{S_t}) \text{ tels que :}$$

$$-\Sigma_{S_t} = (\sigma_{ij}(S_t))$$

$$-\mu_{S_t}^j = \mu_0^j(1 - S_t) + \mu_1^j S_t \text{ où } \mu_0^j < \mu_1^j \text{ et } S_t = \{1, 2\}$$

=====MS OLS and MSVAR Analysis with MSVARlib - Copyright (C) 2004 by Benoit BELLONE =====  
Data File MSVARrec4

Start and ending period  
1967-2 / 1999-12

Options  
\_K,4.00000000 , \_M,2.00000000 , \_M\_V,2.00000000 , \_Var\_opt,3.00000000 , \_typmod,1.00000000 , \_p, 0.00000000

===== MSVAR estimation with Maximum Likelihood Optimization - Copyright (C) 2004 by Benoit BELLONE=====

=====Final Results of the Maximum likelihood optimization =====

Log likelihood -2017.49714802  
Convergence code : 0.00000000  
The EM algorithm has converged.

Degree of freedom 364.00000000

Number of observations : 394  
Number of parameters : 30

	Estimates	Gradient	Standard-errors	T-student	Pvalue.
X01	0.896575	0.006732	0.043321	20.695889	0.000000
X02	0.981755	-0.002688	0.007909	124.132630	0.000000
X03	-1.131226	-0.002632	0.165972	-6.815746	0.000000
X04	-1.016068	0.003831	0.138452	-7.338766	0.000000
X05	-1.118756	-0.004783	0.190130	-5.884158	0.000000
X06	-0.968074	-0.003402	0.163647	-5.915605	0.000000
X07	0.207299	-0.005443	0.047632	4.352067	0.000018
X08	0.186213	-0.001361	0.051383	3.624014	0.000331
X09	0.205016	0.004248	0.043844	4.676080	0.000004
X10	0.177407	-0.000441	0.049828	3.560400	0.000419
X11	1.075367	0.003548	0.238350	4.511719	0.000009
X12	0.705740	0.005629	0.056388	12.515860	0.000000
X13	0.361379	0.009660	0.146825	2.461289	0.014307
X14	0.030882	0.006030	0.058205	0.530577	0.596036
X15	0.774675	-0.013676	0.155424	4.984261	0.000001
X16	0.814416	0.007567	0.063967	12.731897	0.000000
X17	0.481956	0.006355	0.207129	2.326843	0.020522
X18	0.154295	0.002830	0.043417	3.553830	0.000430
X19	0.471724	0.004680	0.179478	2.628304	0.008945
X20	0.172410	-0.007448	0.043181	3.992721	0.000079
X21	1.766127	0.006649	0.338362	5.219639	0.000000
X22	0.585318	0.005860	0.047891	12.221756	0.000000
X23	0.447317	-0.011011	0.185868	2.406630	0.016598
X24	0.008945	-0.005136	0.045898	0.194885	0.845592
X25	0.290855	-0.003382	0.155028	1.876147	0.061435
X26	0.085894	-0.008204	0.048450	1.772854	0.077089
X27	0.308907	-0.001380	0.195289	1.581795	0.114565
X28	0.095377	0.008829	0.041289	2.310012	0.021446
X29	1.017125	-0.002139	0.216815	4.691218	0.000004
X30	0.790646	0.007087	0.062501	12.650228	0.000000

Duration of estimation, in secs 97.77000000

=====Final Parameters =====

=====Final matrix of markovian transition probabilities P[i,j]: =====

0.89657481	0.01824519
0.10342519	0.98175481

=====Final conditional switching intercepts , Regime in rows :=====

-1.13122560	-1.01606751	-1.11875620	-0.96807382
0.20729865	0.18621328	0.20501609	0.17740738

=====Final conditional non-switching intercepts , Regime in rows :=====

0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000

=====Final ergodic probabilities :=====

0.14995590
0.85004410

=====Final transposed conditional beta, covariances, var\_res by regime, y1..yk series in column :=====

=====Regime 1.00000000=====

Beta

-1.13122560	-1.01606751	-1.11875620	-0.96807382
-------------	-------------	-------------	-------------

Delta

0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
------------	------------	------------	------------

Sigma

1.07536705	0.36137937	0.48195573	0.44731663
0.36137937	0.77467488	0.47172391	0.29085466
0.48195573	0.47172391	1.76612699	0.30890699
0.44731663	0.29085466	0.30890699	1.01712481

=====Regime 2.00000000=====

Beta

0.20729865	0.18621328	0.20501609	0.17740738
------------	------------	------------	------------

Delta

0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
------------	------------	------------	------------

Sigma

0.70573957	0.03088228	0.15429515	0.00894476
0.03088228	0.81441630	0.17241005	0.08589412
0.15429515	0.17241005	0.58531765	0.09537696
0.00894476	0.08589412	0.09537696	0.79064567

===== Residual analysis and diagnostics - Copyright (C) 2004 by Benoit BELLONE =====

===Covariance matrix of residuals===

0.73928021	0.06850727	0.17772337	0.05014905
0.06850727	0.80308726	0.20194211	0.10029460
0.17772337	0.20194211	0.73741131	0.09871688
0.05014905	0.10029460	0.09871688	0.79730773

=== Information Criteria based upon Residual Covariance Matrix Analysis ===

BIC	AICa	AICc	SIC	FPE	AIC	HQ
-1.211	-1.211	-0.216	0.304	0.304	-1.211	-1.211

===== Multivariate analysis of residuals - Jarque Berra =====

Jarque and Bera Test Under Ho : Residuals are normal 131.376  
Pvalue : 0.000  
The Normality hypothesis is rejected at 99%  
(gauss)



**(2) Modèle MRec4 avec hétéroscédasticité, sans changement de régime sur la variance:**

$$Y_t^* = \mu_{S_t} + \eta_t = \begin{bmatrix} \mu_{S_t}^1 \\ \vdots \\ \mu_{S_t}^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t^1 \\ \vdots \\ \eta_t^4 \end{bmatrix} \text{ avec } \eta_t \sim N(0, \Sigma) \text{ tels que :}$$

$$- \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_4^2 \end{pmatrix}$$

$$- \mu_{S_t}^j = \mu_0^j(1 - S_t) + \mu_1^j S_t \text{ où } \mu_0^j < \mu_1^j \text{ et } S_t = \{1, 2\}$$

====MS OLS and MSVAR Analysis with MSVARlib - Copyright (C) 2004 by Benoit BELLONE====  
Data File MSVARrec4

Start and ending period  
1967-2 / 1999-12

Options  
\_K, 4.00000000, \_M, 2.00000000, \_M\_V, 1.00000000, \_Var\_opt, 1.00000000, \_typmod, 1.00000000, \_p,  
0.00000000

====MSVAR estimation with Maximum Likelihood Optimization - Copyright (C) 2004 by Benoit BELLONE====

====Final Results of the Maximum likelihood optimization =====

Log likelihood -2072.82249906  
Convergence code : 0.00000000  
The EM algorithm has converged.

Degree of freedom 380.00000000

Number of observations : 394  
Number of parameters : 14

	Estimates	Gradient	Standard-errors	T-student	Pvalue.
X01	0.876121	-0.000028	0.045967	19.059678	0.000000
X02	0.979510	0.001735	0.008415	116.398295	0.000000
X03	-1.232642	-0.000102	0.119733	-10.294936	0.000000
X04	-1.062990	-0.001707	0.127614	-8.329726	0.000000
X05	-1.265389	0.001475	0.122033	-10.369254	0.000000
X06	-1.023528	0.001041	0.126422	-8.096095	0.000000
X07	0.210944	-0.002201	0.047982	4.396291	0.000014
X08	0.181914	0.001227	0.049419	3.681024	0.000266
X09	0.216558	0.000618	0.047284	4.579912	0.000006
X10	0.175152	-0.005240	0.049860	3.512873	0.000497
X11	0.737432	-0.003512	0.054073	13.637638	0.000000
X12	0.804104	0.004152	0.057990	13.866294	0.000000
X13	0.723448	0.011202	0.052828	13.694414	0.000000
X14	0.818165	-0.004710	0.059182	13.824543	0.000000

Duration of estimation, in secs 23.11000000

=====Final Parameters =====

=====Final matrix of markovian transition probabilities P[i,j]: =====

0.87612137 0.02049029  
0.12387863 0.97950971

=====Final conditional switching intercepts , Regime in rows :=====

-1.23264241 -1.06298988 -1.26538929 -1.02352816  
0.21094380 0.18191414 0.21655750 0.17515177

=====Final ergodic probabilities :=====

0.14193008  
0.85806992

=====Final transposed conditional beta, covariances, var\_res by regime, y1..yk series in column :=====

=====Regime 1.00000000=====

Beta

-1.23264241 -1.06298988 -1.26538929 -1.02352816

Sigma

0.73743234 0.00000000 0.00000000 0.00000000  
0.00000000 0.80410410 0.00000000 0.00000000  
0.00000000 0.00000000 0.72344755 0.00000000  
0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.81816468

===== Residual analysis and diagnostics - Copyright (C) 2004 by Benoit BELLONE =====

===Covariance matrix of residuals===

0.71249258 0.05365844 0.12178317 0.03615615  
0.05365844 0.79717446 0.16225219 0.09534973  
0.12178317 0.16225219 0.65086683 0.06034316  
0.03615615 0.09534973 0.06034316 0.79303527

=== Information Criteria based upon Residual Covariance Matrix Analysis ===

-----  
BIC AICa AICc SIC FPE AIC HQ  
-----  
-1.332 -1.332 -0.337 0.269 0.269 -1.332 -1.332  
-----

===== Multivariate analysis of residuals - Jarque Berra =====

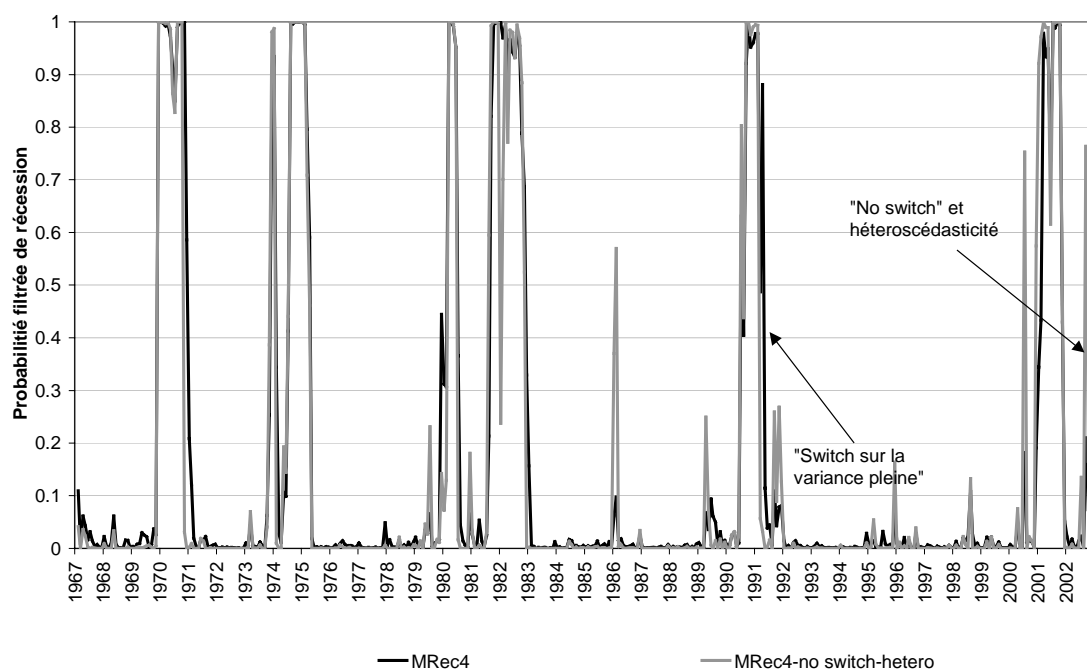
Jarque and Bera Test Under Ho : Residuals are normal 88.026

Pvalue : 0.000

The Normality hypothesis is rejected at 99%

(gauss)

**Figure 3 : Changements de régimes ou non sur la variance (1) ?**  
**Probabilité filtrées**



**Figure 4 : Changements de régimes ou non sur la variance (2)?**  
**Probabilités lissées et datation du NBER**

